

**Динамика. Гравитационные взаимодействия.**

**100.** Во сколько раз уменьшится сила тяготения между однородным шаром и материальной точкой, соприкасающейся с шаром, если материальную точку удалить от поверхности шара на расстояние, равное двум диаметрам шара? [25]

**101.** Во сколько раз уменьшится сила тяготения между двумя одинаковыми однородными шарами, если вначале шары соприкасались друг с другом, а затем один из шаров отодвинули на расстояние, равное диаметру шаров? [4]

**102.** Два шара радиусами 20 см и 30 см соприкасаются друг с другом. Во сколько раз уменьшится сила тяготения между шарами, если один из шаров отодвинуть на расстояние 100 см? [9]

**103.** На какой высоте (в км) над поверхностью Земли ускорение свободного падения в 16 раз меньше, чем на земной поверхности? Радиус Земли 6400 км. [19200]

**104.** Сколько процентов составляет ускорение свободного падения на поверхности Марса от ускорения свободного падения на Земле, если радиус Марса составляет 0,5 радиуса Земли, а масса Марса – 0,1 массы Земли? [40]

**105.** Ускорение свободного падения на поверхности планеты равно  $g_1$ , а на высоте  $h$  –  $g_2$ . Найти радиус планеты. [ $R = H / \sqrt{g_1 / g_2 - 1}$ ]

**106.** Какое расстояние пролетит за 1 секунду тело, свободно падающее с высоты 1000 км? [ $l \approx 3,7$  м]

**107.** Расстояние от Земли до Луны 380000 км, а масса Луны в 81 раз меньше массы Земли. На каком расстоянии от центра Земли равнодействующая сил тяготения равна нулю? [ $l \approx 342000$  км]

**108.** Радиус небесного тела больше радиуса Земли в  $k$  раз, а плотность – в  $n$  раз. Найти ускорение свободного падения на поверхности тела, если его значение на поверхности Земли  $g_0$ . [ $nk g_0$ ]

**109.** Первая космическая скорость для Земли  $v_3 = 8$  км/с. Какова первая космическая скорость для планеты, масса которой такая же как у Земли, а радиус в два раза больше? [ $v = v_3 / \sqrt{2} \approx 5,6$  км/с]

**110.** Какова первая космическая скорость для планеты, плотность которой такая же как у Земли, а радиус в 2 раза больше? [ $v = 2v_3 = 16$  км/с]

**111.** Какова будет первая космическая скорость, если Землю сжать, уменьшив ее радиус в 2 раза? [ $v \approx 11,2$  км/с]

**112.** Два спутника вращаются вокруг некоторой планеты по круговым орбитам,

радиусы которых относятся как  $R_2/R_1 = 2$ . Как относятся периоды их обращения  $T_2/T_1$ ? [ $T_2/T_1 = \sqrt{(R_2/R_1)^3} = 2\sqrt{2}$ ]

**113.** Спутник вращается вокруг планеты на малой высоте с периодом  $T$ . Какова средняя плотность планеты? [ $\rho = 3\pi / GT^2$ ]

**114.** Спутник движется по орбите, высота которой равна радиусу Земли. Определить скорость движения и период обращения спутника. [5,66 км/с; 3,95 ч]

**115.** Спутник движется по круговой орбите, радиус которой составляет  $n$  радиусов планеты. Какова плотность вещества планеты  $\rho$ , если период обращения спутника  $T$ ? Планету считать однородным шаром. Гравитационная постоянная  $G$ . [ $\rho = 3\pi n^3 / GT^2$ ]

**116.** Во сколько раз увеличится радиус круговой орбиты искусственного спутника Земля, если период его обращения увеличить в 27 раз? [9]

**117.** Какой была бы продолжительность года, если бы при неизменной плотности все линейные размеры в Солнечной системе уменьшились в два раза? [не изменилась]

**118.** Имеется шар массой  $M$  и радиусом  $R$  и материальная точка массой  $m$ . Во сколько раз уменьшится сила тяготения между ними, если в шаре сделать сферическую полость радиусом  $5R/6$ ? Материальная точка лежит на прямой, проведенной через центры шара и полости, на расстоянии  $R$  от центра шара и на расстоянии  $5R/6$  от центра полости. [6]

**119.** Показать, что квадраты периодов вращения различных планет вокруг Солнца относятся, как кубы радиусов орбит вращения.

**120.** Планета представляет собой однородный шар с плотностью  $\rho$ . Каков период обращения искусственного спутника, движущегося вблизи ее поверхности? [ $(3\pi/G\rho)^{1/2}$ ]

**121.** Ускорение свободного падения на экваторе Земли равно  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>. С какой силой тело массой  $m = 1$  кг притягивает Землю? [ $F = m(g + 4\pi^2 R_3 / T^2) \approx 9,83$  Н]

**122.** Груз свободно висит на нити. При какой продолжительности суток нить будет располагаться параллельно оси вращения Земли? Опыт проводится на широте Москвы. [ $T = 2\pi\sqrt{R_3/g} \approx 84$  мин]

**123.** Две звезды одинаковой массы  $m$  движутся по окружности радиуса  $R$ , оставаясь одна против другой. Пренебрегая влиянием других небесных тел, найти скорость движения этих звезд. [ $GM/4\pi$ ]<sup>1/2</sup>]

**124.** Две звезды, суммарная масса которых равна  $M$ , вращаются вокруг общего центра масс на расстоянии  $R$  друг от друга. Найти период их обращения.  
 $[T = 2\pi\sqrt{R^3/GM}]$

**125.** В бесконечной однородной жидкости с плотностью  $\rho$  находится шарик массой  $m$ . На расстоянии  $l$  от шарика образовался сферический воздушный пузырек радиусом  $R$ . Найти гравитационную силу, действующую со стороны жидкости на шарик.  $[F = 4\pi G \rho m R^3 / 3l^2]$

**126.** Внутри однородного шара с плотностью  $\rho$  имеется сферическая полость, центр которой находится на расстоянии  $l$  от центра шара. Найти напряженность поля тяготения внутри полости.  $[E = 4\pi\rho G/3]$

**127.** Вокруг шарообразной планеты радиусом  $R$  по круговой орбите движется спутник. Период обращения спутника равен  $T$ , а ускорение свободного падения у поверхности планеты равно  $g$ . Определить радиус орбиты. Как будет изменяться скорость спутника, если он начнет тормозиться в верхних слоях атмосферы?  
 $[R_{op} = \sqrt[3]{gR^2T^2/4\pi^2}]$

**128.** Оценить массу Земли по следующим данным: гравитационная постоянная  $G = 6,672 \cdot 10^{11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{см}^2)$ , радиус Земли  $R_3 = 6378,5 \text{ км}$ .  $[M = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг}]$

**129.** В свинцовом шарике радиусом  $R$  и массой  $M$  сделана сферическая полость радиусом  $R/2$ , поверхность которой касается поверхности шара. С какой силой свинцовый шар будет притягивать шарик массой  $m$ , находящийся на расстоянии  $d > R$  от центра свинцового шара на прямой, соединяющей центры шара и полости, со стороны полости?  $[F = \frac{GMm}{7} \left( \frac{8}{d^2} - \frac{1}{(d-R/2)^2} \right)]$

**130.** Вокруг планеты, имеющей форму шара радиуса  $r$ , по круговой орбите движется спутник. Определить радиус орбиты спутника  $R$ , считая известным ускорение свободного падения у поверхности планеты  $g$  и период обращения спутника  $T$ .  $[R = \sqrt[3]{gr^2T^2/4\pi^2}]$

**131.** Вокруг некоторой планеты по круговой орбите радиусом  $20\,000 \text{ км}$  со скоростью  $12 \text{ км/с}$  вращается спутник. Определить ускорение свободного падения на поверхности планеты, если ее радиус равен  $10\,000 \text{ км}$ .  $[28,8]$

**132.** Известно, что сила тяжести, действующая на тело на высоте  $h$  над поверхностью планеты на полюсе, равна весу на этого же тела на поверхности планеты на экваторе. Найти период  $T$  вращения планеты вокруг оси, если радиус планеты  $R$ , а

ускорение свободного падения у поверхности на полюсе  $g$ . Планету считать однородным шаром.  $[T = 2\pi(1+h/R)\sqrt{R/(g(1+h/R)^2-1)}]$

**133.** Спутник движется вокруг Земли по круговой орбите радиусом  $R = 3R_3$ , где  $R_3 = 6400 \text{ км}$  – радиус Земли. В результате кратковременного действия тормозного устройства скорость спутника уменьшилась так, что он начинает двигаться по эллиптической орбите, касающейся поверхности Земли. Через какое время после этого спутник приземлится?  $[2 \text{ ч}]$

**134.** Определить период обращения спутника по эллиптической орбите, апогей которой (максимальное удаление от центра Земли) равен утроенному радиусу  $R_a = 3R_3$ , а перигей (минимальное удаление от центра Земли)  $R_n = R_3$ . Найти отношение скоростей в апогее и перигее. Для решения задачи применить законы Кеплера.  
 $[T = 4\pi\sqrt{2R_3/g}; v_a/v_n = R_n/R_a = 1/3]$

**135.** В безграничной среде плотностью  $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$  находятся на расстоянии  $20 \text{ см}$  от центров друг друга два шара объемами  $V_1 = 30 \text{ см}^3$  и  $V_2 = 40 \text{ см}^3$ , плотностью  $\rho = 2000 \text{ кг/м}^3$ . Определить силу взаимодействия между шарами.  $[6 \text{ пН}]$

**136.** Представим, что к центру Земли прорыли шахту. Определите, как будет изменяться сила тяжести в зависимости от расстояния  $r$  до центра Земли, если тело массой  $m$  передвигать вдоль шахты.  $[mgr/R]$

**137.** Радиус орбиты Нептуна в 30 раз больше радиуса орбиты Земли. Какова продолжительность года на Нептуне?  $[164]$

**138.** Тело массой  $m = 1 \text{ кг}$ , свободно падает в течение  $\tau = 6 \text{ с}$ , попадает на Землю с географической широтой  $\varphi = 30^\circ$ . Учитывая вращение Земли, определить отклонение тела при его падении от вертикали.  $[4,45 \text{ см}]$

**139.** Радиус одного из астероидов  $r = 5 \text{ км}$ . Допустив, что плотность астероида  $\rho_a = 5,5 \text{ г/см}^3$ : 1) найти ускорение силы тяжести  $g_a$  на его поверхности; 2) определить, на какую высоту поднялся бы человек, находящийся на астероиде и подпрыгнувший с усилием, достаточным для прыжка на высоту  $5 \text{ см}$  на Земле (астероид имеет форму шара).  $[0,008; 64]$

**140.** Зная, что солнечный диск виден с Земли под углом  $\alpha = 5^\circ$ , определить среднюю плотность Солнца.  $[\rho \approx 24\pi/GT^2\alpha^3 \approx 1,7 \text{ кг/м}^3]$