

7.4. Математический маятник

7.4.1. Маятник длиной 0,99 м совершает 50 полных колебаний за 1 мин 40 с. Определите ускорение свободного падения для этого места. Принять $\pi^2 \approx 9,86$.

7.4.2. Отношение длин маятников $\frac{l_1}{l_2} = \frac{9}{4}$. Первый маятник совершил 20 колебаний. Сколько колебаний за это же время совершит второй маятник?

7.4.3. Из двух маятников в одном и том же месте один за некоторое время совершил 40 колебаний, другой за то же время — 10 колебаний; разница в их длине равна 90 см. Найдите длину каждого.

7.4.4. Один математический маятник имеет период колебаний $T_1 = 5$ с, а другой — $T_2 = 3$ с. Каков период колебания математического маятника, длина которого равна разности длин данных маятников?

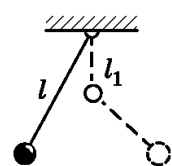


Рис. 7.4.1

7.4.5. Математический маятник длиной l совершает колебания вблизи вертикальной стенки (рис. 7.4.1). Под точкой подвеса маятника на расстоянии $l_1 = \frac{l}{2}$ от нее в стенку забит гвоздь. Найдите период T колебаний маятника.

7.4.6. Математический маятник длиной $l = 0,49$ м и пружинный маятник совершают колебания с одинаковым периодом. Определите массу груза пружинного маятника, если коэффициент жесткости пружины $k = 10$ Н/м.

7.4.7. В подвале главного здания МГУ в свое время были установлены точные маятниковые астрономические часы. Определите, насколько будут отставать эти часы за сутки, если их перенести на крышу здания высотой $H = 200$ м. Глубину подвала можно не учитывать.

7.4.8. На какую высоту над поверхностью земли нужно поднять математический маятник, чтобы период его колебаний изменился в $n = 2$ раза?

7.4.9. Найдите период колебаний математического маятника длиной $l = 1$ м на планете, плотность которой равна плотности Земли, а радиус в $n = 3$ раза больше.

7.4.10. Грузику, подвешенному на нити длиной $l = 1$ м, сообщают горизонтальную скорость, в результате чего он начинает совершать гармонические колебания с амплитудой $A = 10$ см. Найдите начальную скорость грузика.

7.4.11. Математический маятник длиной $l = 1$ м совершает гармонические колебания с амплитудой $A = 10$ см. Найдите ускорение маятника в тот момент, когда его смещение равно половине максимального.

7.4.12. Математический маятник длиной $l = 1,5$ м отклоняют от положения равновесия на угол $\alpha_0 = 5^\circ$ и в момент времени $t_0 = 0$ отпускают. В какой момент времени угол между нитью и вертикалью уменьшится в $n = 3$ раза?

7.4.13. Маленький шарик подвесили на нити длиной $l = 50$ см в точке O стенки, составляющей небольшой угол α с вертикалью (рис. 7.4.2). Затем нить с шариком отклонили на угол 2α и отпустили. Считая удары шарика о стенку абсолютно упругими, найдите период колебаний такого маятника.

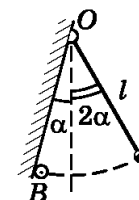


Рис. 7.4.2

7.4.14. Математический маятник прикреплен к потолку лифта. Длина маятника $l = 0,81$ м. Чему равен период колебаний маятника, если он движется ускоренно: а) вверх; б) вниз? Ускорение лифта $a = 2,2$ м/с².

7.4.15. Математический маятник длиной $l = 0,5$ м колеблется в кабине самолета. Найдите период его колебаний, если: а) самолет движется равномерно; б) самолет движется горизонтально с ускорением $a = 2,5$ м/с²; в) самолет движется вверх под углом к горизонту $\alpha = 15^\circ$ с ускорением $a = 2,5$ м/с²; г) самолет планирует вниз под углом $\alpha = 15^\circ$ к горизонту.

7.4.16. Стальной шарик массой $m = 1$ г подвешен на нити. Период малых колебаний такого маятника $T_1 = 1$ с. Если снизу к шару поднести магнит, то период колебаний станет $T_2 = 0,5$ с. Найдите силу, действующую на шарик со стороны магнита.

7.4.17. Стальной шарик массой $m = 2$ г подвешен на нити длиной $l = 1$ м. Маятник поместили между полюсами магнита так, что на него стала действовать горизонтальная магнитная сила в плоскости колебаний маятника. Найдите эту силу, если период колебаний маятника после создания поля стал $T = 1,6$ с.

7.4.18. Два небольших шарика массами m и M , подвешенные на невесомых нерастяжимых нитях длиной l каждая, отведены от положения равновесия на одинаковые углы α (рис. 7.4.3) и отпущены без начальной скорости. Найдите амплитуду возникших в результате соударения шариков колебаний, считая их гармоническими. Соударение между шариками абсолютно неупругое.

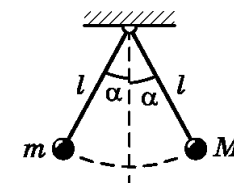


Рис. 7.4.3

7.4.19. Два математических маятника, один длиной $l_1 = 20$ см, а другой длиной $l_2 = 40$ см, совершают колебания с одинаковыми угловыми амплитудами. Определите отношение периодов колебаний маятников и отношение их энергий. Массы маятников одинаковы.

7.4.20. Математический маятник длиной $l = 0,5$ м отклоняют на малый угол и отпускают в момент времени $t_0 = 0$. Сколько раз кинетическая энергия маятника достигнет максимального значения к моменту времени $t = 7$ с?

Ответы:

7.4.1. $\approx 9,76 \text{ м/с}^2$.

7.4.2. $N_2 = 30$ колебаний.

7.4.3. 6 см, 96 см.

7.4.4. $T = \sqrt{T_1^2 - T_2^2} = 4$ с.

7.4.5. $T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

7.4.6. $m = \frac{lk}{g} = 0,5$ кг.

7.4.7. $\Delta t = 2,7$ с.

7.4.8. $h = R_3(n - 1) = 6\,370$ км.

7.4.9. $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{3g}} \approx 1,1$ с.

7.4.10. $v_0 = A \sqrt{\frac{g}{l}} = 0,3$ м/с.

7.4.11. $a = \frac{gA}{2l} = 0,49$ м/с².

7.4.12. $t \approx 0,48$ с.

7.4.14. а) $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g+a}} = 1,63$ с;

б) $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g-a}} = 2$ с.

7.4.15. а) $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 1,419$ с;

б) $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + a^2}}} = 1,397$ с;

в) $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + a^2 + 2ag \cos \alpha}}} = 1,368$ с;

г) $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \cos \alpha}} = 1,444$ с.

7.4.17. $F = m \sqrt{\frac{16\pi^4 l^2}{T^4} - g^2} = 30$ мН.

7.4.18. $A = 2l \frac{|M - m|}{M + m} \sin \frac{\alpha}{2} \approx$
 $\approx l \frac{|M - m| \alpha}{M + m}$.

7.4.19. $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} = 2$; $\frac{E_2}{E_1} = \frac{m_2 l_2}{m_1 l_1} =$
 $= \frac{l_2}{l_1} = 4$.

7.4.20. $N = \frac{t}{\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} = 10$.